

TALLER PSU MATEMÁTICA CUARTO MEDIO
Colegio Alborada
Profesor Jaime Rios Obando



MÓDULO NÚMEROS
TEMA 2: NÚMEROS RACIONALES I

CONCEPTO 1

NÚMEROS RACIONALES \mathbb{Q}

Los números racionales son todos aquellos números de la forma $\frac{a}{b}$, con a y b números enteros y b distinto de cero. El conjunto de los números racionales se representa por la letra \mathbb{Q} .

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} / a, b \in \mathbb{Z} \text{ y } b \neq 0 \right\}$$

Observación

Dada la fracción $\frac{a}{b}$, con a y b números enteros positivos, si **a es menor que b** la **fracción es propia** y si **a es mayor o igual que b** la **fracción es impropia** siendo estas últimas un número mixto.

El número mixto A se transforma a fracción con la siguiente fórmula: $P\frac{m}{t} = \frac{P \cdot t + m}{t}$, con P, m y $t \in \mathbb{N}$.

EJEMPLO DESARROLLADO

¿Cuál(es) de las siguientes expresiones representa(n) un número racional?

I) $\frac{10}{0}$

II) $\frac{3-3}{3}$

III) $\frac{17}{-6}$

Solución

La opción I) no pertenece a los racionales dado que el denominador es igual a cero. En La opción II) el numerador es igual a cero, y está dividido por un número distinto de cero, por tanto el valor de la fracción es cero, que es un número racional. La opción III) presenta una fracción, con numerador y denominador distinto de cero, por tanto es un número racional negativo.

01

¿Cuál de las siguientes fracciones es fracción propia?

- A) $\frac{5}{3}$
- B) $\frac{7}{4}$
- C) $\frac{9}{6}$
- D) $\frac{7}{10}$
- E) $\frac{8}{3}$

02

El número mixto que corresponde a la fracción $-\frac{16}{5}$ es

- A) $-3\frac{1}{5}$
- B) $-5\frac{1}{3}$
- C) $3\frac{1}{5}$
- D) $-3\frac{2}{3}$
- E) $-5\frac{2}{5}$

CONCEPTO 2

NÚMEROS DECIMALES

Si se divide el numerador de una fracción por su denominador, se obtiene el desarrollo decimal de dicha fracción que puede ser decimal finito o infinito periódico o semiperiódico.

Transformación de decimal a fracción

- **Decimales finitos:** se escribe en el numerador todos los dígitos que forman el número decimal y en el denominador una potencia de 10 con tantos ceros como cifras decimales tenga dicho número.
- **Decimales infinitos periódico:** Se escribe en el numerador el número decimal completo (sin considerar la coma) y en el denominador tantos nueves como cifras tenga el período.
- **Decimal infinito semiperiódico:** se escribe en el numerador la diferencia entre el número completo (sin considerar la coma), y el número formado por todas las cifras que anteceden al periodo, y en el denominador, se escriben tantos nueves como cifras tenga el periodo, seguido de tantos ceros como cifras tenga el anteperíodo.

EJEMPLO DESARROLLADO

¿Cuál es la fracción que representa a los siguientes números decimales?

I) $0,48$

II) $0,\overline{48}$

III) $0,4\overline{8}$

Solución:

Lo primero es reconocer que tipo de número decimal es cada uno de los decimales dados:

I) $0,48$ es un número decimal finito, por lo cual se escribe en el denominador los dígitos que forman el número, dividido por una potencia de 10, entonces $0,48 = \frac{48}{100} = \frac{24}{50} = \frac{12}{25}$.

II) $0,\overline{48}$ es un número decimal infinito periódico que se puede escribir como $0,484848484848\dots$, por tanto se debe escribir en el numerador la diferencia entre el número decimal completo (sin considerar la coma), 48, y se divide por tantos nueves como cifra del periodo:

$$0,\overline{48} = \frac{48 - 0}{99} = \frac{48}{99} = \frac{16}{33}.$$

III) $0,4\overline{8}$ es un número decimal infinito semiperiódico, por lo que se escribe en el numerador la diferencia entre el número completo (sin considerar la coma), 48, y el número formado por todas las cifras que anteceden al periodo, 4, y en el denominador, se escriben tantos nueves como cifras tenga el periodo, seguido de tantos ceros como cifras tenga el anteperíodo, es decir 90:

$$0,4\overline{8} = \frac{48 - 4}{90} = \frac{44}{90} = \frac{22}{45}.$$

01

¿Cuál(es) de las siguientes fracciones representa(n) al decimal $3,25$?

I) $3\frac{1}{4}$

II) $\frac{13}{4}$

III) $\frac{325}{999}$

- A) Solo II
- B) Solo III
- C) Solo I y II
- D) Solo I y III
- E) I, II y III

02

El decimal infinito semiperiódico $1,2\overline{34}$ se expresa como la fracción

A) $\frac{1222}{990}$

B) $\frac{1234}{990}$

C) $\frac{1234}{99}$

D) $\frac{1222}{900}$

E) $\frac{1200}{990}$

CONCEPTO 3

OPERATORIA CON FRACCIONES

Si $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son números racionales, entonces se tiene que:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd} \quad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc} \quad (c \neq 0)$$

El inverso aditivo (opuesto) de $\frac{a}{b}$ es $-\frac{a}{b}$.

El inverso multiplicativo (recíproco) de $\frac{a}{b}$ es $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$ ($b \neq 0$)

EJEMPLO DESARROLLADO

¿Cuál es el inverso multiplicativo de $\left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right)$?

Solución:

$$\frac{2}{3} - \frac{3}{4} = \frac{4 \cdot 2 - 3 \cdot 3}{12} = \frac{8 - 9}{12} = -\frac{1}{12}$$

El inverso multiplicativo de $-\frac{1}{12}$ es $\left(-\frac{1}{12}\right)^{-1} = -12$

01

$$\frac{7}{5} \cdot \left(\frac{3}{7} - \frac{2}{5}\right) =$$

- A) $\frac{1}{165}$
- B) $\frac{1}{35}$
- C) $\frac{1}{25}$
- D) $\frac{9}{15}$
- E) 1

02

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{11}{10} =$$

- A) $2\frac{7}{5}$
- B) $\frac{7}{10}$
- C) $2\frac{7}{10}$
- D) $2\frac{7}{25}$
- E) $2\frac{7}{30}$

CONCEPTO 4

OPERATORIA CON NÚMEROS DECIMALES

Adición y sustracción de números decimales: Para sumar o restar números decimales, se ubican las cantidades enteras bajo las enteras, las comas bajo las comas, la parte decimal bajo la decimal y a continuación se realiza la operación respectiva, conservando la ubicación de la coma.

Multiplicación de números decimales: Para multiplicar números decimales se opera como si fueran números enteros, ubicando la coma en el resultado final, de derecha a izquierda, tantos lugares decimales como decimales tengan los números iniciales en conjunto.

División de números decimales: Para dividir un número decimal (dividendo) por otro (divisor), ambos se deben amplificar por una potencia en base 10 para transformar el divisor en un número entero.

EJEMPLO DESARROLLADO

$$(0,75 + 0,8 + 0,042) : 0,04 =$$

Solución:

$$\begin{array}{r} 0,750 \\ 0,800 \\ +0,042 \\ \hline 1,592 \end{array}$$

A continuación $1,592 : 0,04$, que amplificando por 100 se tiene:

$$159,2 : 4 = 39,8 \quad \text{ó} \quad 15'9',2' : 4 = 39,8$$

$$\begin{array}{r} -12 \\ 39 \\ -36 \\ \hline 32 \\ -32 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 39 \\ 32 \\ 0 \end{array}$$

01

El producto $0,5 \cdot 0,06$ es igual a

- A) 0,30
- B) 0,03
- C) 0,003
- D) 0,0003
- E) 0,00003

02

¿Cuál es el valor de $5 \cdot \frac{0,5}{0,05}$?

- A) 0,5
- B) 5
- C) 50
- D) 500
- E) 5.000

CONCEPTO 5

RELACIÓN DE ORDEN EN \mathbb{Q}

$$\text{Sean } \frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q} \text{ y } b, d \in \mathbb{Z}^+. \text{ Entonces: } \frac{a}{b} \geq \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad \geq bc$$

Para comparar números racionales, también se pueden utilizar los siguientes procedimientos:

- igualar numeradores.
- igualar denominadores.
- convertir a número decimal.

Observación:

Entre dos números racionales cualesquiera hay infinitos números racionales (Densidad).

EJEMPLO DESARROLLADO

¿Cuál es el orden creciente de las fracciones $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{9}$ y $\frac{8}{11}$?

Solución:

Analizando las fracciones es posible observar que el mínimo común múltiplo para el denominador es 198, entonces

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{33}{33} = \frac{165}{198}$$

$$\frac{7}{9} \cdot \frac{22}{22} = \frac{154}{198}$$

$$\frac{8}{11} \cdot \frac{18}{18} = \frac{144}{198}$$

Entonces la menor fracción es aquella que tiene el menor numerador, y va creciendo a medida que el numerador aumenta, por tanto el orden creciente es $\frac{8}{11}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{6}$

01

El orden decreciente de $a = \frac{6}{11}$, $b = \frac{5}{12}$ y

$c = \frac{7}{13}$, es

- A) c, b, a
- B) c, a, b
- C) a, b, c
- D) c, a, b
- E) a, c, b

02

Si x es un número natural mayor que 1, ¿cuál es la relación creciente de orden entre las fracciones $a = \frac{7}{x-1}$, $b = \frac{7}{x+1}$ y $c = \frac{7}{x}$?

- A) a, b, c
- B) b, a, c
- C) b, c, a
- D) c, b, a
- E) c, a, b

EJERCICIOS SELECCIÓN MÚLTIPLE

01

¿Cuál de las siguientes igualdades es verdadera?

- A) $\frac{3}{8} = 0,375$
- B) $\frac{2}{3} = 0,60$
- C) $\frac{4}{9} = 4,\bar{9}$
- D) $\frac{1}{5} = 0,5$
- E) $\frac{1}{3} = 0,3$

02

El número 7,8 es equivalente a

- A) $\frac{7}{8}$
- B) $7 \cdot \frac{8}{10}$
- C) $\frac{0,78}{10}$
- D) $7\frac{1}{8}$
- E) $\frac{78}{10}$

03

El desarrollo decimal de la fracción $\frac{47}{90}$ es

- A) 0,52222...
- B) 0,55555...
- C) 0,52525...
- D) 0,52000...
- E) 0,52052...

04

El cuadrado de $1,\bar{3}$ es un número

- A) natural
- B) decimal finito
- C) decimal infinito periódico
- D) decimal infinito semiperiodico
- E) ninguna de las anteriores

05

¿Cuál de las siguientes fracciones es mayor que $\frac{2}{3}$?

- A) $\frac{3}{5}$
- B) $\frac{4}{7}$
- C) $\frac{6}{9}$
- D) $\frac{7}{10}$
- E) $\frac{8}{12}$

06

$$\frac{5}{100} + \frac{7}{1.000} + \frac{9}{100.000} =$$

- A) 0,05709
- B) 0,05790
- C) 0,57090
- D) 0,57009
- E) 0,00579

07

¿Cuánto se obtiene si se divide $\frac{3}{4}$ por $4\left(\frac{3}{4}\right)$?

- A) $\frac{1}{3}$
- B) $\frac{1}{4}$
- C) $\frac{4}{9}$
- D) 4
- E) $\frac{9}{4}$

08

$$0,5\bar{9} \cdot 1,6\bar{6} =$$

- A) 1
- B) $\frac{472}{405}$
- C) $\frac{55}{54}$
- D) $\frac{16}{15}$
- E) ninguna de las anteriores

09

$$2\frac{1}{5} + 1\frac{5}{6} + 2\frac{1}{30} =$$

- A) $5\frac{1}{15}$
- B) $5\frac{2}{15}$
- C) $6\frac{1}{15}$
- D) $6\frac{2}{15}$
- E) $6\frac{7}{15}$

10

Si se multiplica $\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right)$ por $\frac{3}{4}$ se obtiene como resultado

- A) $\frac{3}{2}$
- B) $\frac{3}{4}$
- C) $\frac{1}{4}$
- D) $\frac{1}{8}$
- E) $-\frac{1}{8}$

11

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) =$$

- A) $-\frac{7}{8}$
- B) 0
- C) $\frac{9}{20}$
- D) $\frac{7}{8}$
- E) $\frac{35}{24}$

12

$$3,\overline{9} : 0,\overline{36} =$$

- A) 11
- B) $\frac{143}{12}$
- C) 12
- D) $\frac{35}{3}$
- E) ninguna de las anteriores

13

¿Cuál es el inverso multiplicativo de 1,25?

- A) 0,8
- B) -0,8
- C) -1,25
- D) 25,1
- E) $\frac{5}{4}$

14

$$1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} =$$

- A) 1
- B) 0
- C) -1
- D) $-\frac{1}{2}$
- E) -2

15

Si se divide $(24,1 - 3,76)$ por 0,25 se obtiene como resultado

- A) 81,26
- B) 81,36
- C) 8,136
- D) 0,8136
- E) 0,08136

16

Al multiplicar el decimal 2,75 por el número $\frac{1}{11}$ se obtiene

- A) $\frac{1}{4}$
- B) $6\frac{3}{44}$
- C) $5\frac{4}{15}$
- D) $5\frac{3}{44}$
- E) $1\frac{1}{44}$