PROBABILIDADES CONCEPTOS BASICOS

2º AÑOS MEDIOS

PROFESORA: NALDY SEPULVEDA M.

Conceptos básicos

Experimentos determinísticos

En este tipo de experimentos, se conoce de antemano el resultado.

Ejemplo

En un laboratorio se mezclan, en las proporciones adecuadas, hidrógeno y oxígeno, resultando agua. Se sabe de antemano el resultado, por lo tanto, es un experimento determinístico.

Experimentos aleatorios

Este tipo de experimentos, repetidos una cierta cantidad de veces, en condiciones similares, pueden presentar resultados diferentes. En los experimentos aleatorios no se conocen los resultados de antemano.

Ejemplo

Si se introducen bolitas en una tómbola y se extrae una, no se sabe de antemano cuál va a salir, por lo tanto, este tipo de experimento es aleatorio.

Ejercicios

1. Clasifica los siguientes experimentos en aleatorios o determinísticos. Para ello, marca la casilla correspondiente.

a. Estimar la estatura de una persona. ▶ Aleatorio | Determinístico

b. Poner una cubeta con agua en el congelador. ▶ Aleatorio | Determinístico

c. Extraer una carta de un juego de naipes y adivinar su valor. ▶ Aleatorio | Determinístico

2. Identifica y escribe el espacio muestral de cada experimento aleatorio.

a. Lanzar 2 dados y anotar la suma de sus puntos.

$\Omega = \{ \qquad \}$

b. Extraer una bolita de una caja con 3 bolitas **de colores: rojo, azul y verde** y determinar su color.

$\Omega = \{ \qquad \}$

Respuestas

1. Clasifica los siguientes experimentos en aleatorios o determinísticos. Para ello, marca la casilla correspondiente.

a. Estimar la estatura de una persona. ▶ Aleatorio

b. Poner una cubeta con agua en el congelador. ▶ Determinístico

c. Extraer una carta de un juego de naipes y adivinar su valor. ▶ Aleatorio

2. Identifica y escribe el espacio muestral de cada experimento aleatorio.

a. Lanzar 2 dados y anotar la suma de sus puntos.

$\Omega = \{$ **12, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2** $\}$

b. Extraer una bolita de una caja con 3 bolitas **de colores: rojo, azul y verde** y determinar su color.

$\Omega = \{$ **rojo, azul, verde** $\}$

Espacio muestral y eventos

El conjunto formado por todos los posibles resultados de un experimento se llama **espacio muestral (Ω)** y cada uno de estos resultados es conocido como **suceso** o **evento elemental**.

Un evento puede ser:

- **evento seguro:** está formado por todos los resultados posibles del experimento. Coincide con el espacio muestral y siempre ocurre.

- **evento imposible:** nunca ocurre. No se presenta al realizar un experimento aleatorio. Se denota por el símbolo Ø.

- **eventos mutuamente excluyentes:** dos eventos que no pueden suceder simultáneamente.

Ejemplo

Si se lanza un dado, se puede obtener cualquier número entero entre 1 y 6. Entonces, el experimento es aleatorio, su espacio muestral es $\Omega: = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ y los sucesos elementales son: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Un evento seguro sería obtener un número entre 1 y 6, y un evento imposible, obtener un número mayor que 6.

Probabilidad de un suceso

Si un experimento se repite **n** veces bajo las mismas condiciones, la probabilidad de que el evento **A** ocurra se denota por **P(A)** y corresponde a un valor comprendido entre **0** y **1**.

Eventos equiprobables

Si en un experimento todos los sucesos tienen la misma probabilidad de ocurrir, se dice que los sucesos son **equiprobables**.

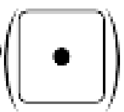
Regla de Laplace

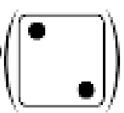
Si en un experimento aleatorio los sucesos son equiprobables, entonces, la probabilidad de que el evento **A** ocurra está dado por la expresión:

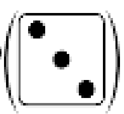
$$P(A) = \frac{\text{número de casos favorables al suceso A}}{\text{número de casos posibles}}$$

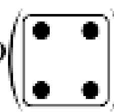
EJERCICIOS

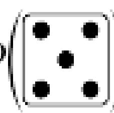
Para el dado , aplica la regla de Laplace para determinar la probabilidad de cada resultado posible.

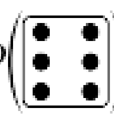
a. $P($  $) =$ ☐

b. $P($  $) =$ ☐

c. $P($  $) =$ ☐

d. $P($  $) =$ ☐

e. $P($  $) =$ ☐

f. $P($  $) =$ ☐

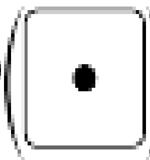
Para saber más

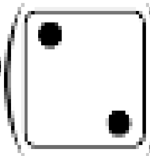
- Un **evento cierto o seguro** tiene probabilidad 1. Es decir, siempre ocurre.
- Un **evento imposible** es el que tiene probabilidad 0. Es decir, nunca ocurre.

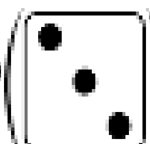
No olvidar las probabilidades se pueden expresar como fracción simplificada.

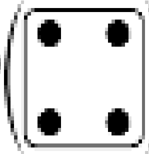
RESPUESTAS

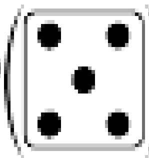
Para el dado , aplica la regla de Laplace para determinar la probabilidad de cada resultado posible.

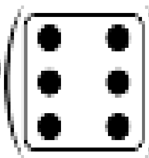
a. $P($  $) = 1/6$

b. $P($  $) = 1/6$

c. $P($  $) = 1/6$

d. $P($  $) = 1/6$

e. $P($  $) = 1/6$

f. $P($  $) = 1/6$

Intersección de sucesos

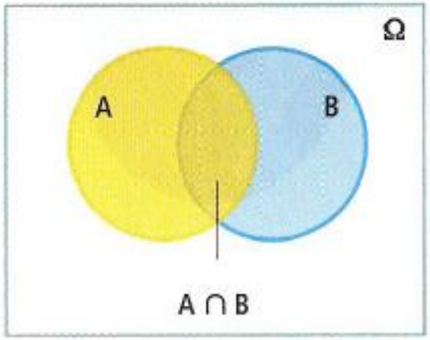
La intersección de dos sucesos **A** y **B**, corresponde al suceso formado por los elementos comunes de **A** y **B**, es decir, el resultado del experimento es a la vez un elemento de **A** y un elemento de **B**, simultáneamente, y se denota **A ∩ B**.

Además, si **A** y **B** son eventos **mutuamente excluyentes**, su intersección es el evento nulo, es decir:

$$\boxed{A \cap B = \varnothing}$$

Tener presente.
$P(\Omega) = 1$
$P(\varnothing) = 0$

Representación gráfica.



Intersección de dos eventos

Notación. La probabilidad de que ocurra la intersección de dos eventos **A** y **B** se denota **P(A y B)**.
Además **P(A y B) = P(A ∩ B)**.

Ejemplos

1. Se definen los siguientes sucesos relacionados con el lanzamiento de un dado:

   A: el número obtenido es impar ▶ $\{1, 3, 5\}$.

   B: el número obtenido es menor que 3 ▶ $\{1, 2\}$.

   Luego, $A \cap B = \{1\}$.

2. Se definen los siguientes sucesos:

   A: un trabajador pertenece a una empresa A.

   B: un trabajador es chileno.

   Luego, $A \cap B$: un trabajador chileno pertenece a la empresa A.

Probabilidad de la intersección de sucesos

La probabilidad de que ocurra la intersección de **dos sucesos independientes** entre sí (la ocurrencia de uno de ellos no depende de la ocurrencia del otro) está dada por la expresión:

$$\boxed{P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B)}$$

Donde:

P(A): probabilidad de que ocurra el suceso **A**.

P(B): probabilidad de que ocurra el suceso **B**.

Esta fórmula se conoce como **ley multiplicativa**.

EJERCICIO

1. Al extraer dos cartas de una baraja inglesa, con reposición, se definen los siguientes sucesos:

   A: que la primera carta sea as

   B: que la segunda carta sea as

   C: que la primera carta sea rey.

   Determinar:

   a. P(A y B).

   b. P(A y C).

con reposicion significa que la carta se saca y se devuele al mazo del naipe es decir siempre hay 52 cartas

Atención

La baraja inglesa es un conjunto de naipes o cartas formado por 52 unidades repartidas en cuatro pintas, cada una con 13 cartas: trébol, corazón, diamante y picas; y 2 comodines.

En este texto consideraremos la baraja sin comodines.

RESPUESTAS

a. Al extraer una carta de una baraja inglesa se tienen 4 casos favorables al suceso A, y 52 casos posibles, aplicando la ley de Laplace se tiene que:

$$P(A) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

Del mismo modo, $P(B) = \frac{1}{13}$

A y B son sucesos independientes ya que el resultado obtenido en la segunda extracción no dependerá del resultado obtenido en la primera extracción, entonces:

$P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{13} \cdot \frac{1}{13} = \frac{1}{169}$ ▶ 0,0059, luego $P(A \text{ y } B)$ ▶ 0,0059.

El resultado del experimento es un elemento de A y un elemento de B o de ambos a la vez.

b. Los sucesos A y C son mutuamente excluyentes, por lo tanto, $P(A \text{ y } C) = \varnothing$.

Unión de sucesos

La unión de dos eventos **A** y **B** incluye todos los resultados posibles de **A** y de **B**, es decir, el resultado del experimento es un elemento de **A**, un elemento de **B** o de ambos a la vez.

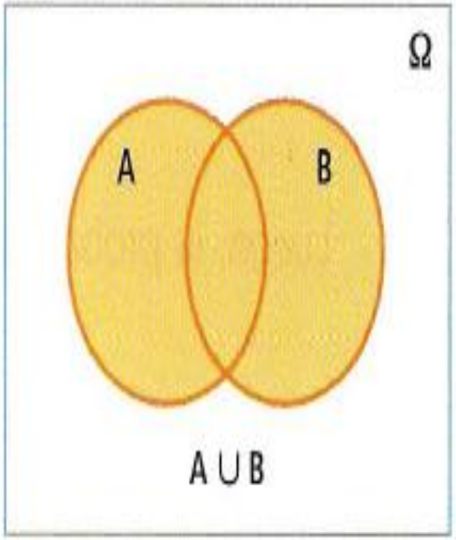
Ejemplo

Se definen los siguientes sucesos relacionados con el lanzamiento de un dado:

A: el número obtenido es par ▶ {2, 4, 6}
B: el número obtenido es mayor que 2 ▶ {3, 4, 5, 6}

Luego, A ∪ B ▶ {2, 3, 4, 5, 6}

Representación gráfica.



Unión de dos eventos

Notación. La probabilidad de la unión de dos sucesos **A** y **B** se denota como

$P(A \text{ o } B)$.

Además

$P(A \text{ o } B) = P(A \cup B)$.

Ejemplo de sucesos mutuamente excluyentes. Dos sucesos mutuamente excluyentes, en el caso del lanzamiento de un dado, son obtener 1 y 5 en un mismo lanzamiento.

Probabilidad de la unión de dos sucesos

La probabilidad de que ocurra la unión de dos sucesos **excluyentes** entre sí, está dada por la expresión:

$$\boxed{P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B)}$$

La probabilidad de que ocurra la unión de dos sucesos **no excluyentes**, está dada por la expresión:

$$\boxed{P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ y } B)}$$

EJERCICIO

1. **Al extraer un naipe de una baraja inglesa, determinar:**
   a. la probabilidad de obtener un corazón o un trébol.
   b. La probabilidad de obtener un corazón o un rey.

RESPUESTAS

a. Sean los sucesos A: obtener un naipe de corazón y B: obtener un naipe de trébol. Además, se sabe que en una baraja hay 13 cartas de cada pinta, entonces:

$$P(A) = \frac{13}{52} \text{ y } P(B) = \frac{13}{52}.$$

Los sucesos A y B son mutuamente excluyentes, por lo tanto, la probabilidad de obtener un naipe de corazón o de trébol está dada por la expresión:

$$\boxed{P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B) = \frac{13}{52} + \frac{13}{52} = \frac{26}{52} = \frac{1}{2} = 0{,}5.}$$

Luego, la probabilidad de obtener corazón o trébol es 0,5.

RESPUESTAS

b. Sean los sucesos A: obtener un naipe de corazón y C: obtener un rey.

Además, $P(A) = \frac{13}{52}$ y $P(C) = \frac{4}{52}$ (en la baraja 4 naipes corresponden a reyes).

Los sucesos A y C no son mutuamente excluyentes ya que existe una carta que es corazón y además es rey, por lo tanto:

$$\boxed{P(A \text{ o } C) = P(A) + P(C) - P(A \text{ y } C) = \frac{13}{52} + \frac{4}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} \approx 0{,}31}$$

Luego, la probabilidad de obtener corazón o rey es aproximadamente 0,31.

RESUMEN

Experimento aleatorio es aquel en que el resultado no se puede predecir.

Espacio muestral es el conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio.

Evento o suceso (A) es un subconjunto del espacio muestral, definido por alguna condición.

La cantidad de elementos del espacio muestral se conoce como "casos totales" o "casos posibles" del experimento.

La cantidad de elementos del evento o suceso se conoce como "casos favorables" del evento.

$0 \leq P \leq 1$

$P = 0 \Rightarrow$ evento imposible.
$P = 1 \Rightarrow$ evento seguro.

La probabilidad de que ocurra A es el cuociente entre los casos favorables de A y los casos posibles del experimento.

Regla de Laplace

$$P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

ATENCION

- Si tienes dudas puedes enviar tus consultas mediante correo electrónico a la dirección.

dptomatematicas.consultas@gmail.com