



GUIA DE ESTUDIO DIRIGIDO DE GEOMETRIA 1º MEDIOS 2018

“ CIRCUNFERENCIA Y CIRCULO ”

1. Elementos de la circunferencia y del círculo:

O: centro de la circunferencia.

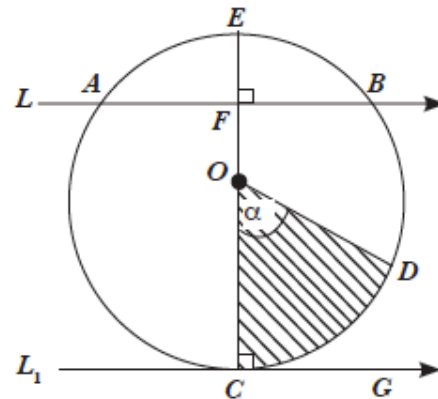
\overline{OC} : radio

\overline{AB} : cuerda

\overline{EC} : diámetro

L : secante

L_1 : tangente ($\overline{OC} \perp \overline{CG}$)



\overline{EF} : sagita $\Rightarrow F$ punto medio de \overline{AB} , $\overline{EO} \perp \overline{AB}$ y si \overline{AB} es un lado de un polígono regular inscrito a la circunferencia $\Rightarrow FO$ apotema.

\widehat{CD} : arco de la circunferencia (siempre se leen en sentido contrario a los punteros del reloj). Como es una parte de la circunferencia, se puede determinar su perímetro o su medida en grados, ya que la circunferencia completa mide 360°

COD : sector circular

2. Áreas y perímetros: (considerando el dibujo anterior)

Sea r : radio, d : diámetro

2.1 Perímetro de la circunferencia: $P = 2\pi r = \pi \cdot d$

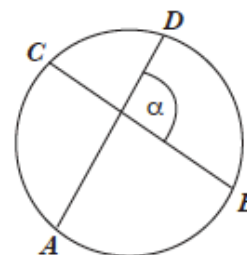
2.2 Área del círculo: $A = \pi \cdot r^2$

2.3 Área sector circular: $A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360^\circ}$, α ángulo del centro

3. Teoremas:

3.1 Ángulo interior:

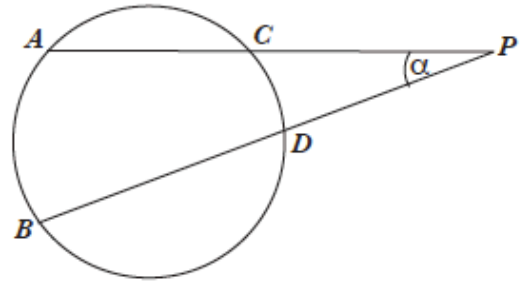
$$\alpha = \frac{\text{arco}CA + \text{arco}BD}{2}$$





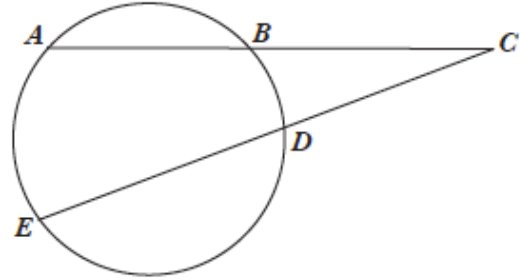
3.2 Ángulo exterior:

$$\alpha = \frac{\text{arco}AB - \text{arco}DC}{2}$$



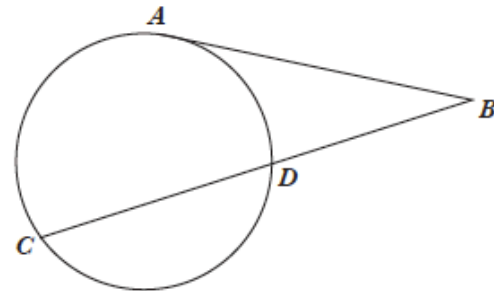
3.3 Secantes: sean \overline{AC} y \overline{EC} secantes

$$\overline{AC} \cdot \overline{BC} = \overline{EC} \cdot \overline{DC}$$



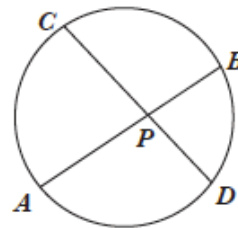
3.4 Secante y tangente: sean \overline{AB} tangente y \overline{CB} secante

$$\overline{AB}^2 = \overline{BC} \cdot \overline{BD}$$



3.5 Cuerdas:

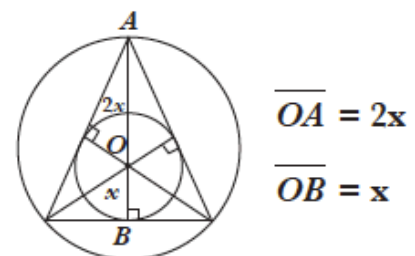
$$\overline{AP} \cdot \overline{PB} = \overline{CP} \cdot \overline{PD}$$



4. Generalidades:

En el triángulo equilátero se cumple que todas las rectas notables son iguales y coinciden. El ortocentro es centro de la circunferencia circunscrita al triángulo cuyo radio es la distancia desde ese punto a cada vértice y centro de la circunferencia inscrita al triángulo cuyo radio es la distancia desde ese punto a cada lado.

Por lo tanto: radio circunferencia inscrita: x
 radio circunferencia circunscrita: $2x$

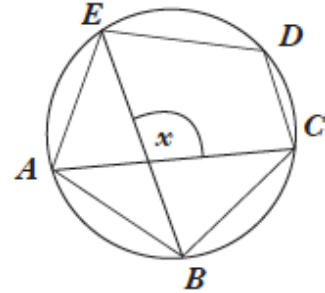




EJERCICIOS DE PRACTICA

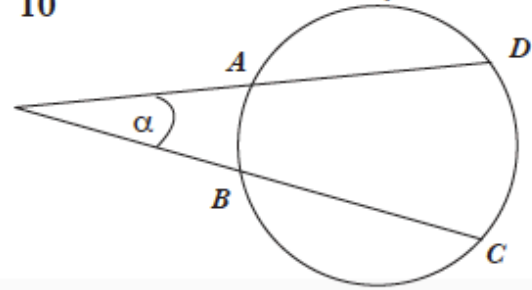
Sea $ABCDE$ pentágono regular, ¿cuánto mide x ?

- A) 54°
- B) 90°
- C) 108°
- D) 150°
- E) 216°



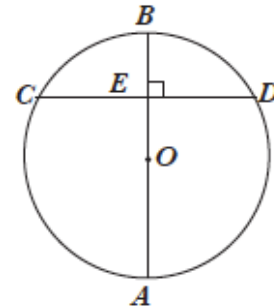
Sea arco $CD = \frac{1}{8}$ de la circunferencia, arco $AB = \frac{1}{10}$ de la circunferencia, ¿cuánto mide α ?

- A) $4,5^\circ$
- B) 9°
- C) $40,5^\circ$
- D) 81°
- E) Ninguno de ellos



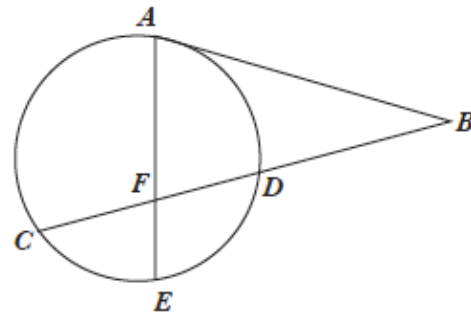
En la circunferencia de centro O , $\overline{BE} = 6$, $\overline{CD} = 24$. Si \overline{AB} diámetro, determine el radio de la circunferencia.

- A) 9
- B) 15
- C) 18
- D) 24
- E) 30



Sea $\overline{AB} = 8$ cm (tangente a la \odot en A), $\overline{BC} = 32$ cm, $\overline{AF} = 25$ cm, $\overline{EF} = 5$ cm. Si $\overline{FD} > \overline{FC}$, ¿cuánto mide \overline{FD} ?

- A) 4 cm
- B) 5 cm
- C) 10 cm
- D) 25 cm
- E) Ninguno de ellos





Sea $\overline{CA} = 7$ cm (tangente a la \odot en A), \overline{AB} diámetro de la \odot de centro O y radio 7 cm, D punto medio de \overline{BC} . ¿Cuánto mide \overline{AD} ?

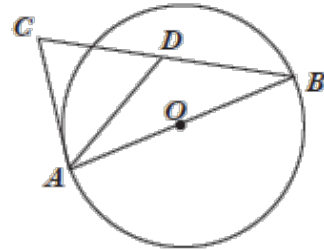
A) 7 cm

B) $\frac{7}{2}$ cm

C) $\frac{7}{2}\sqrt{2}$ cm

D) $\frac{7}{2}\sqrt{3}$ cm

E) $\frac{7}{2}\sqrt{5}$ cm



Dos cuerdas se cortan al interior de una circunferencia, cuyo radio es 11 cm. El producto de los 2 segmentos de una de ellas es 40 cm². ¿Cuál es la distancia entre el punto de intersección de las cuerdas y el centro de la circunferencia? (Una de las cuerdas es el diámetro)

A) 2 cm

B) 9 cm

C) 15 cm

D) 19 cm

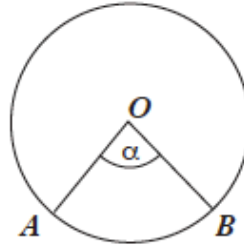
E) 20 cm



Teoremas fundamentales:

Ángulo del centro: mide lo mismo que el arco que subtiende.

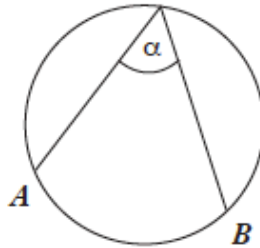
Ejemplo: Si arco $AB = 35^\circ \Rightarrow \alpha = 35^\circ$



“O”: centro de la \odot

Ángulo inscrito: mide la mitad del arco que subtiende.

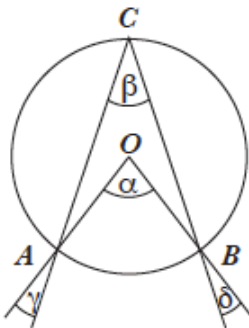
Ejemplo: Si arco $AB = 80^\circ \Rightarrow \alpha = 40^\circ$



Ángulo inscrito y ángulo del centro correspondiente: si un ángulo inscrito y un ángulo del centro subtienden el mismo arco, el ángulo del centro mide el doble del ángulo inscrito.

$$\alpha = 2\beta$$

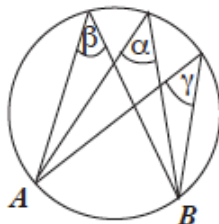
$$\beta = \gamma + \delta$$



“O”: centro de la circunferencia

Igualdad de ángulos inscritos: si 2 o más ángulos inscritos comparten un mismo arco, éstos miden lo mismo.

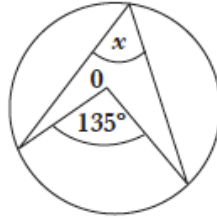
$$\alpha = \beta = \gamma$$





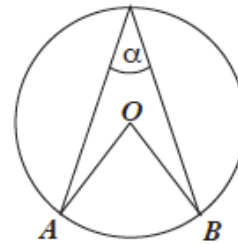
Ejercicios

1. Sea O centro de la circunferencia, determine x :



2. Determinar el perímetro del arco AB , si $\alpha = 50^\circ$, $\overline{OA} = 4$ cm, O : centro de la circunferencia.

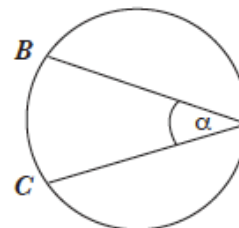
- A) $\frac{2\pi}{9}$ cm
B) $\frac{10\pi}{9}$ cm
C) $\frac{20\pi}{9}$ cm
D) $\frac{40\pi}{9}$ cm



- E) Ninguno de ellos

3. En la figura, el arco BC es el 30% del perímetro de la circunferencia. Determine α :

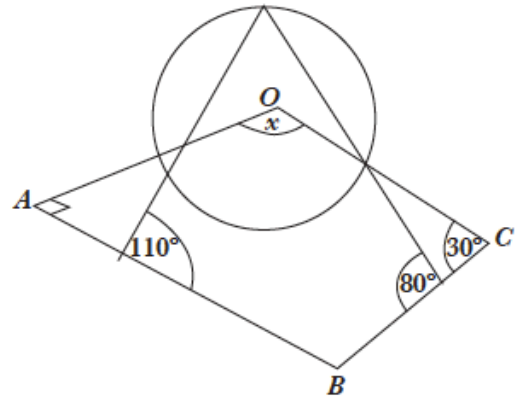
- A) 27°
B) 54°
C) 108°
D) 216°
E) Ninguno de ellos



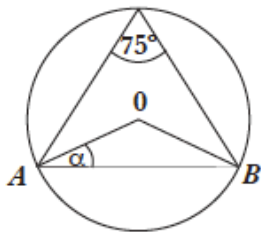


4. Sea la circunferencia de centro O , $ABCO$ cuadrilátero, determine x :

- A) 70°
- B) 80°
- C) 140°
- D) 160°
- E) Ninguno de ellos

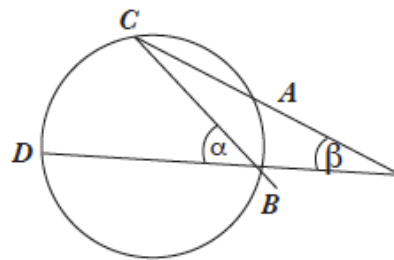


5.



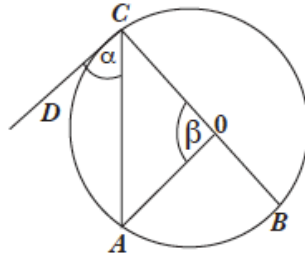
O : centro de circunferencia
 $\alpha =$

6. Determinar β si Arco $BA = 70^\circ$ y $\alpha = 95^\circ$.

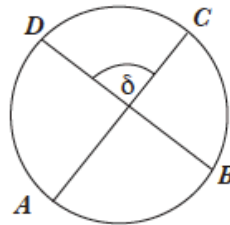




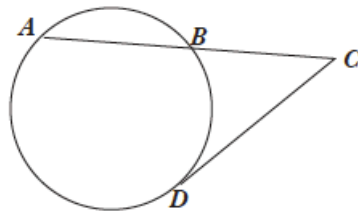
7. Sea arco $AB = 96^\circ$, \overline{BC} diámetro, \overline{DC} tangente. Entonces, ¿cuánto miden α y β ?



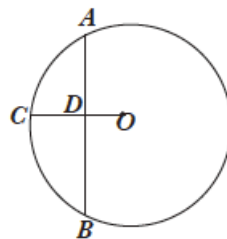
8. Determinar arco CD , si arco $AB = 80^\circ$ y $\delta = 50^\circ$



9. Sea secante $\overline{AC} = 18$ cm , tangente $\overline{DC} = 12$ cm, determinar \overline{BC}



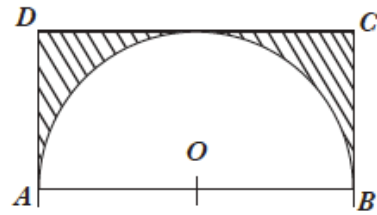
10. Sea O centro de la circunferencia, de radio 13 cm; $\overline{OD} = 5$ cm; $\overline{AB} \perp \overline{OC}$. Determinar \overline{AB} .





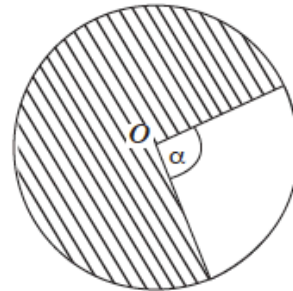
11. Sea arco BA semicircunferencia de centro O , tangente al rectángulo $ABCD$, $\overline{AB} = 8$ cm. Determine el área achurada:

- A) $(32 - 4\pi)$ cm^2
- B) $(32 - 8\pi)$ cm^2
- C) $(32 - 16\pi)$ cm^2
- D) $(64 - 16\pi)$ cm^2
- E) No se puede determinar



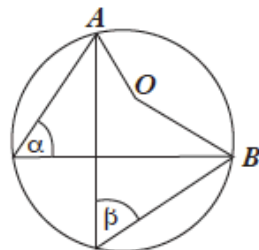
12. Sea la circunferencia de centro O y radio 6 cm, $\alpha = 60^\circ$. Determine el área achurada:

- A) 6π cm^2
- B) 10π cm^2
- C) 26π cm^2
- D) 30π cm^2
- E) 36π cm^2

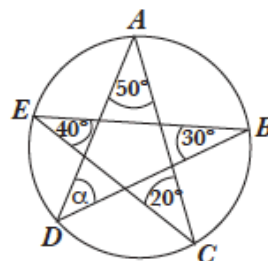


13. Sea $\alpha + \beta = 110^\circ$, O centro de la circunferencia. Determine arco AB .

- A) 55°
- B) 110°
- C) 250°
- D) 305°
- E) Otro valor



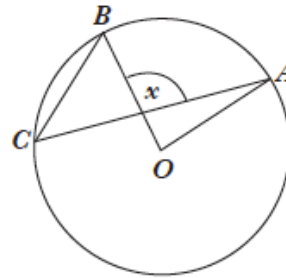
14) Determine α .





15. En la circunferencia de centro O , $\angle CBO = 70^\circ$, $\angle AOB = 80^\circ$. Determine x :

- A) 40°
- B) 70°
- C) 80°
- D) 110°
- E) 150°



Respuestas

Preg.	Alternativa
1	67.5°
2	C
3	B
4	C
5	15°
6	60°
7	$\alpha = 42^\circ, \beta = 84^\circ$
8	20°
9	8 cm
10	24 cm
11	B
12	D
13	C
14	40°
15	D